DOI:10.14188/j.1671-8844.2026.0047
文章编号:1671-8844(2026)09-1431-10

基于相场模型的混凝土细观干缩开裂研究

高英[1],李林昊[2],彭张振[3],赵宇翔[1],王桥[3],周伟[3],常晓林[3]

(1. 河南省水利勘测设计研究有限公司,河南 郑州 450016; 2. 南水北调中线实业发展有限公司,北京 100078;
3. 武汉大学水利水电学院,湖北 武汉 430072)

摘要: 基于随机骨料模型和相场模型,建立了适用于混凝土细观干缩开裂模拟的湿-力-相场耦合模型,该模型考虑了湿度变化引起的收缩应变,以及裂纹演化对水分扩散的影响。基于所建立的多场耦合模型,定量分析了环境相对湿度、湿度交换系数和湿度收缩系数对混凝土细观干缩开裂行为的影响。结果表明:减小混凝土的湿度收缩系数并采取保湿措施,可显著抑制表面干缩裂纹的产生。研究成果可为南水北调工程围堰等水工混凝土结构干缩裂缝的防控提供理论依据。

关键词: 细观混凝土;水分扩散;湿-力-相场耦合模型;干缩开裂;定量分析
中图分类号: TU 528;O 344　**文献标志码:** A

A mesoscopic study on drying shrinkage cracking in concrete based on the phase-field model

GAO Ying[1], LI Linhao[2], PENG Zhangzhen[3], ZHAO Yuxiang[1], WANG Qiao[3], ZHOU Wei[3], CHANG Xiaoling[3]

(1. Henan Water & Power Engineering Consulting Co., Ltd., Zhengzhou 450016, China;
2. South-to-North Water Diversion Middle Route Industrial Development Co., Ltd., Beijing 100078, China;
3. School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A hygro-mechanical-phase-field coupling model applicable to simulating mesoscopic drying shrinkage cracking in concrete is developed based on a random aggregate model and a phase-field model. The model incorporates shrinkage strains induced by humidity variations and the effect of crack evolution on moisture diffusion. Based on the proposed multi-physics coupling model, the influences of ambient relative humidity, humidity exchange coefficient, and humidity shrinkage coefficient on mesoscopic drying shrinkage cracking in concrete are quantitatively analyzed. The results indicate that reducing the humidity shrinkage coefficient and adopting moisture retention measures can significantly mitigate the formation of surface cracks. The research findings can provide a theoretical basis for the prevention and control of drying shrinkage cracks in hydraulic concrete structures such as cofferdams in the South-to-North Water Diversion Project.

Key words: mesoscopic concrete; moisture diffusion; hygro-mechanical-phase-field coupling model; drying shrinkage cracking; quantitative analysis

收稿日期: 2026-01-31
作者简介: 高英(1971-),女,正高级工程师,主要从事水利工程规划设计和数字化研究,E-mail: 413012731@qq.com。
通信作者: 王桥(1987-),男,教授,主要从事水工结构计算力学研究,E-mail: qiaowang@whu.edu.cn。
基金项目: 国家自然科学基金面上项目(编号:52579133);河南省水利科技攻关项目(编号:GG202433)。

本文引用格式: 高英,李林昊,彭张振,等.基于相场模型的混凝土细观干缩开裂研究[J].武汉大学学报(工学版),2026,59(9):1431-1440.

Citation: GAO Ying, LI Linhao, PENG Zhangzhen, et al. A mesoscopic study on drying shrinkage cracking in concrete based on the phase-field model[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2026, 59(9): 1431-1440.

混凝土是由骨料、界面过渡区(interfacial transition zone, ITZ)和砂浆构成的非均质材料,具有抗拉强度低、韧性差等特点。在我国西部干旱地区,环境相对湿度可低至0.4[1],混凝土内部水分散失会形成沿深度方向的湿度梯度,进而在表面产生较大的收缩应力,最终导致混凝土出现表面干缩裂纹[2]。表面裂缝的存在将为水、硫酸根离子、氯离子等提供便捷通道,进而引发更严重的冻融损伤[3]、硫酸盐侵蚀[4]以及钢筋锈蚀[5]等耐久性劣化情况。上述问题在大型水工结构中尤为突出。以南水北调工程围堰为代表的混凝土结构,在施工或检修阶段往往暴露于低湿度环境中,极易产生干缩裂纹。这些裂纹不仅会降低结构整体性,还会显著加速外界侵蚀介质向混凝土内部的渗透,诱发钢筋锈蚀,加剧结构性能退化,进而影响工程结构的长期安全服役。因此,揭示混凝土干缩裂纹的形成机理及其演化规律,对于围堰等水工结构的裂缝防控与修复具有重要工程意义。目前,大量学者采用物理试验的方法研究了硬化混凝土试件在干燥过程中的湿度演变[6],但忽视了混凝土细观结构的影响:骨料的随机分布会显著改变水分扩散路径,并且骨料与ITZ的力学性能差异会引发局部应力集中,进而诱发细微裂纹。与传统试验方法相比,数值模拟能更好地揭示混凝土细观干缩开裂规律,但以往的数值模拟较少考虑混凝土的细观结构,并且缺乏对各因素影响干缩开裂规律的定量研究[7-8]。

相场模型通过构造求解域的总能量泛函,基于变分原理推导得到控制方程,以相场变量的演化表征裂纹演化,无需额外的裂纹追踪准则。由于湿度场、位移场和相场共用一套有限元网格,无需处理网格间断问题,因此相场模型可以自然地考虑裂纹对水分扩散的影响,非常适合分析混凝土的干缩裂纹演化规律。

1 混凝土干缩开裂细观模拟方法

1.1 随机骨料模型

考虑到计算效率,且相场模型大规模三维模拟计算成本较高,本文采用二维随机骨料模型开展数值计算[9],采用边数为4~8的多边形模拟骨料的截面形态。由于ITZ的实际厚度仅为几十微米,按照真实的ITZ厚度建模会导致单元数量剧增,因此,本文模型将骨料的轮廓向外扩展1 mm得到ITZ区域。不同级配区间的骨料面积占比可采用瓦拉文公式进行计算:

$$P(d<d_0)=P_{\mathrm{k}}\left[1.065\left(\frac{d_0}{d_{\max}}\right)^{0.5}-0.053\left(\frac{d_0}{d_{\max}}\right)^{4}-0.012\left(\frac{d_0}{d_{\max}}\right)^{8}+0.025\left(\frac{d_0}{d_{\max}}\right)^{10}\right] \tag{1}$$

式中:$P(d<d_0)$为粒径d小于给定粒径d_0的骨料面积占比;$d_{\max}$为最大骨料粒径;P_{k}为骨料总面积占比。

随机骨料生成过程如下:

1)根据级配分布曲线计算第i个粒径区间$[d_i, d_{i+1}]$对应的面积占比A_i。

2)随机生成半径在$[d_i/2, d_{i+1}/2]$范围内的圆,然后在圆上随机取点,确保点的个数在4~8之间,依次连接各点形成多边形骨料,并计算骨料面积:

$$\theta_i=\frac{2\pi}{\kappa}+0.05\frac{2\pi}{\kappa}(2\psi_1-1) \tag{2}$$

$$R_i=\frac{d_i+d_{i+1}}{2}+\frac{d_{i+1}-d_i}{2}(2\psi_2-1) \tag{3}$$

式中:θ_i为每个顶点的极角,$\theta_i\in[0, 2\pi]$且满足$\sum_{i=1}^{\kappa}\theta_i=2\pi$;$R_i$为随机圆的半径;$\kappa$为多边形骨料的边数;$\psi_1$、$\psi_2$为0~1的随机数。

3)生成下一个骨料,并判断新骨料与已有骨料之间是否发生重叠,采用骨料外接圆相交法进行快速判断。

4)判断指定粒径区间的骨料面积是否满足要求,若该区间骨料面积占比满足要求,则生成下一个粒径区间的骨料。

5)将全部骨料的轮廓向外扩展1 mm,得到ITZ区域。

1.2 水分扩散模型

通常采用相对湿度h表示混凝土的含水状态,$h=1$表示完全湿润状态,$h=0$表示完全干燥状态。在混凝土浇筑养护阶段,通常采取保湿措施,其内部h始终为1;养护结束后,在较低环境相对湿度h_{a}作用下,混凝土内部h逐渐降低。本文主要分析水化完成后,硬化混凝土在较低h_{a}作用下的开裂行为。水分扩散过程服从如下控制方程[10]:

$$\frac{\partial h}{\partial t}=f_1(h)D_{\mathrm{sat}}\Delta h, \mathrm{in}\,\Omega \tag{4}$$

式中:D_{sat}为饱和状态下混凝土的水分扩散系数;Ω为固体求解域;$f_1(h)$为相对湿度影响系数,用于描述h对水分扩散系数的影响,其表达式为

$$f_1(h)=c+\frac{1-c}{1+\left(\frac{1-h}{1-h_c}\right)^g} \tag{5}$$

式中：c 为 h 趋近于 0 时水分扩散系数与 D_{sat} 的比值；h_c 为水分扩散系数为 $0.5D_{sat}$ 时对应的相对湿度；g 为经验常数。

根据文献[11]，取 $c=0.05$，$h_c=0.8$，$g=15$。

混凝土与环境接触的边界为对流边界，服从如下边界条件：

$$-\boldsymbol{n}_h^{\mathrm{T}}\cdot\nabla h=\beta(h-h_a)+q^*,\ \mathrm{on}\ \partial\Omega_q \tag{6}$$

式中：β 为湿度交换系数；$\boldsymbol{n}_h$ 为水分通量边界 $\partial\Omega_q$ 的单位外法向量；q^* 为给定的水分通量。

在较低的 h_a 作用下，混凝土表面会产生显著的干缩变形，干缩应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}_h$ 的表达式为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_h=\chi(h-h_0)\boldsymbol{I} \tag{7}$$

式中：h_0 为初始相对湿度，一般取为 1；$\boldsymbol{I}$ 为单位张量；χ 为湿度收缩系数，本文取为 1.5×10^{-3}。

1.3　相场模型

本文相场模型通过相场变量将尖锐的裂纹面弥散为裂纹附近的有限过渡区域，以相场变量的演化表征裂纹演化过程，避免了传统断裂模拟方法中复杂的裂纹追踪过程，相场模型示意图如图 1 所示。图 1 中：对于给定的 Ω，固体受体力 $\boldsymbol{b}$ 作用，且在力边界 $\partial\Omega_t$ 上作用有面力 $\boldsymbol{t}$；Ω 内存在一条尖锐裂纹，相场模型将尖锐裂纹弥散至区域 Θ，该区域边界 $\partial\Theta$ 的单位外法向量为 $\boldsymbol{n}_\Theta$，弥散特征宽度为 l_0。

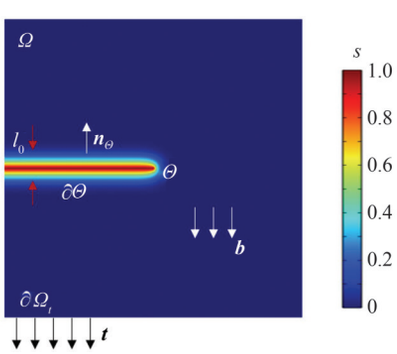


图 1　相场模型

Fig.1　Phase-field model

在相场模型框架下，位移场 $\boldsymbol{u}$ 与相场变量 s 的演化遵循变分原理，系统的稳定平衡态对应总能量泛函 $\Pi(\boldsymbol{u},s)$（弹性应变能与断裂表面能之和）取极小值的条件，可表示为[12]

$$(\boldsymbol{u},s)=\mathrm{argmin}\Pi(\boldsymbol{u},s) \tag{8}$$

式中：$s=0$ 对应材料无损状态，$s=1$ 对应材料完全破坏状态。

在 $\boldsymbol{b}$ 和 $\boldsymbol{t}$ 作用下，系统的 $\Pi(\boldsymbol{u},s)$ 可表示为

$$\Pi(\boldsymbol{u},s)=\int_\Omega\varphi(\boldsymbol{\varepsilon},s)\mathrm{d}\Omega+\int_\Gamma G_f\mathrm{d}\Gamma-\int_\Omega\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\Omega-\int_{\partial\Omega_t}\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\partial\Omega_t \tag{9}$$

式中：$\varphi(\boldsymbol{\varepsilon},s)$ 为弹性应变能密度；$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变张量；G_f 为材料的临界断裂能；Γ 为裂纹面。

基于正则化方法，裂纹表面能可转化为体积分形式，$\Pi(\boldsymbol{u},s)$ 可改写为

$$\Pi(\boldsymbol{u},s)=\int_\Omega\varphi(\boldsymbol{\varepsilon},s)\mathrm{d}\Omega+G_f\int_\Theta\gamma(s,\nabla s)\mathrm{d}\Theta-\int_\Omega\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\Omega-\int_{\partial\Omega_t}\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\partial\Omega_t \tag{10}$$

式中：$\gamma(s,\nabla s)$ 为裂纹密度函数，其表达式为

$$\gamma(s,\nabla s)=\frac{1}{c_0}\left(\frac{\alpha(s)}{l_0}+l_0|\nabla s|^2\right) \tag{11}$$

式中：$\alpha(s)$ 为裂纹几何函数；c_0 为积分归一化常数，其表达式为

$$c_0=4\int_0^1\sqrt{\alpha(s)}\,\mathrm{d}s \tag{12}$$

本文取 $\alpha(s)=2s-s^2$，因此可得 $c_0=\pi$[13]。

对式(10)取变分，可推导得到相场与位移场的控制方程：

$$\begin{cases}\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma}+\boldsymbol{b}=0,\mathrm{in}\ \Omega\\ \dfrac{\partial\varphi(\boldsymbol{\varepsilon},s)}{\partial s}\geqslant\dfrac{2G_fl_0}{c_0}\nabla^2s-\dfrac{\alpha'(s)G_f}{c_0l_0},\mathrm{in}\ \Theta\end{cases} \tag{13}$$

式中：$\alpha'(s)$ 为 $\alpha(s)$ 对 s 的一阶导数。

对应的边界条件为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}-\boldsymbol{t}=0,\mathrm{on}\ \partial\Omega_t\\ \dfrac{\partial\gamma(s,\nabla s)}{\partial\nabla s}\cdot\boldsymbol{n}_\Theta=0,\mathrm{on}\ \partial\Theta\end{cases} \tag{14}$$

上述各式中：$\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量；$\boldsymbol{n}$ 为 $\partial\Omega_t$ 的单位外法向量。

由于混凝土主要发生受拉破坏，本文仅对受拉部分的应变能进行退化，考虑损伤的总弹性应变能密度 φ_{total} 可表示为

$$\varphi_{total}=\omega(s)\varphi^+-\varphi^- \tag{15}$$

式中：$\omega(s)$ 为能量退化函数；φ^+ 为受拉部分的应变能密度；φ^- 为受压部分的应变能密度。

φ^+ 定义为

$$\varphi^+=\frac{\left[\max(\bar{\sigma}_1,0)\right]^2}{2E} \tag{16}$$

式中：$\bar{\sigma}_1$ 为应力张量的第 1 主应力；E 为材料的弹性模量。

φ^- 可表示为

$$\varphi^{-}=\varphi_0-\varphi^{+} \tag{17}$$

式中:φ_0为无损材料的弹性应变能密度,其表达式为

$$\varphi_0=\frac{1}{2}\lambda\mathrm{tra}^2(\boldsymbol{\varepsilon})+\mu\boldsymbol{\varepsilon}:\boldsymbol{\varepsilon} \tag{18}$$

式中:λ、μ为材料的Lamé常数,可由E和泊松比ν分别表示为

$$\lambda=\frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \tag{19}$$

$$\mu=\frac{E}{2(1+\nu)} \tag{20}$$

$\omega(s)$的表达式为

$$\omega(s)=\frac{(1-s)^p}{(1-s)^p+a_1s+a_1a_2s^2+a_1a_2a_3s^3} \tag{21}$$

式中:a_2、a_3、p为模型常数,取不同值可表征不同的软化曲线,对于混凝土材料[14],取$a_2=1.386\,8$,$a_3=0.656\,7$,$p=2$;a_1为材料参数,其表达式为

$$a_1=\frac{4EG_{\mathrm{f}}}{c_0l_0f_{\mathrm{t}}^2} \tag{22}$$

式中:f_{t}为材料抗拉强度。

为保证裂纹演化的不可逆性,需引入历史变量H,用于记录加载过程中的最大裂纹驱动力:

$$H=\max\left\{\max_{\tau\in[0,T]}\frac{\left[\max(\bar{\sigma}_1,0)\right]^2}{2E},\frac{f_{\mathrm{t}}^2}{2E}\right\} \tag{23}$$

式中:τ为模拟过程中的任意时刻;T为模拟总时长。

将式(15)、(21)代入式(13)可得到最终的相场与位移场控制方程:

$$\begin{cases}\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma}+\boldsymbol{b}=0,\mathrm{in}\,\Omega\\ \omega'(s)H\geqslant\dfrac{2G_{\mathrm{f}}l_0}{c_0}\nabla^2s-\dfrac{\alpha'(s)G_{\mathrm{f}}}{c_0l_0},\mathrm{in}\,\Theta\end{cases} \tag{24}$$

式中:$\omega'(s)$为$\omega(s)$对s的一阶导数。

1.4 裂纹对水分扩散的影响

由于裂纹的产生会加速水分扩散,本文通过下式考虑裂纹对水分扩散的促进作用:

$$D=f_1(h)f_2(s)D_{\mathrm{sat}} \tag{25}$$

式中:D为开裂混凝土的水分扩散系数;$f_2(s)$为裂纹对水分扩散的影响系数,其表达式为

$$f_2(s)=\left(\zeta+\frac{1-\zeta}{1+8s^4}\right)^{-1} \tag{26}$$

式中:ζ为常数,ζ越小,表示裂纹对水分扩散系数的影响程度越大,根据文献[15],本文取$\zeta=0$。

最终水分扩散模型的控制方程可表示为

$$\frac{\partial h}{\partial t}=f_1(h)f_2(s)D_{\mathrm{sat}}\Delta h \tag{27}$$

相场模型中应力-应变关系可表示为

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{28}$$

由于式(28)具有较强的非线性,为便于数值计算,本文采用下式计算$\boldsymbol{\sigma}$:

$$\boldsymbol{\sigma}=\omega(s)\boldsymbol{\Lambda}_0:\boldsymbol{\varepsilon} \tag{29}$$

式中:$\boldsymbol{\Lambda}_0$为完整混凝土的弹性张量。

考虑到湿度下降引起的干缩应变,则应力-应变关系可表示为

$$\boldsymbol{\sigma}=\omega(s)\boldsymbol{\Lambda}_0:(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{h}}) \tag{30}$$

2 数值求解

本文采用有限单元法求解多物理场耦合模型的控制方程。湿度场、位移场、相场均采用同阶形函数进行空间离散:

$$\begin{cases}h=\boldsymbol{N}_h\boldsymbol{h}^{\mathrm{e}}\\ \nabla h=\boldsymbol{B}_h\boldsymbol{h}^{\mathrm{e}}\end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{N}_u\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}\\ \boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{B}_u\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}\end{cases} \tag{32}$$

$$\begin{cases}s=\boldsymbol{N}_s\boldsymbol{s}^{\mathrm{e}}\\ \nabla s=\boldsymbol{B}_s\boldsymbol{s}^{\mathrm{e}}\end{cases} \tag{33}$$

上述各式中:$\boldsymbol{N}_h$、$\boldsymbol{N}_u$、$\boldsymbol{N}_s$分别为湿度场、位移场、相场的形函数矩阵;$\boldsymbol{B}_h$、$\boldsymbol{B}_u$、$\boldsymbol{B}_s$分别为湿度场、位移场、相场的几何矩阵;$\boldsymbol{h}^{\mathrm{e}}$、$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}$、$\boldsymbol{s}^{\mathrm{e}}$分别为由单元节点相对湿度、节点位移、节点相场值组成的列向量。

$\boldsymbol{h}^{\mathrm{e}}$、$\boldsymbol{s}^{\mathrm{e}}$、$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}$、$\boldsymbol{N}_h$、$\boldsymbol{N}_s$、$\boldsymbol{N}_u$、$\boldsymbol{B}_h$、$\boldsymbol{B}_s$、$\boldsymbol{B}_u$的表达式分别为

$$\boldsymbol{h}^{\mathrm{e}}=\begin{bmatrix}h_1 & h_2 & \cdots & h_m\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{34}$$

$$\boldsymbol{s}^{\mathrm{e}}=\begin{bmatrix}s_1 & s_2 & \cdots & s_m\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}=\begin{bmatrix}u_{x,1} & u_{y,1} & u_{x,2} & u_{y,2} & \cdots & u_{x,m} & u_{y,m}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{N}_h=\boldsymbol{N}_s=\begin{bmatrix}N_1 & N_2 & \cdots & N_m\end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\boldsymbol{N}_u=\begin{bmatrix}N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_m & 0\\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_m\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{B}_h=\boldsymbol{B}_s=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_1}{\partial x} & \dfrac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \dfrac{\partial N_m}{\partial x}\\ \dfrac{\partial N_1}{\partial y} & \dfrac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \dfrac{\partial N_m}{\partial y}\end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\boldsymbol{B}_u=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \cdots & \dfrac{\partial N_m}{\partial x} & 0\\ 0 & \dfrac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & 0 & \dfrac{\partial N_m}{\partial y}\\ \dfrac{\partial N_1}{\partial y} & \dfrac{\partial N_1}{\partial x} & \dfrac{\partial N_2}{\partial y} & \dfrac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \dfrac{\partial N_m}{\partial y} & \dfrac{\partial N_m}{\partial x}\end{bmatrix} \tag{40}$$

上述各式中:m为单元节点数量;h_i为单元第i个节

点处的相对湿度；s_i为单元第i个节点处的相场值；$u_{x,i}$、$u_{y,i}$分别为单元第i个节点在x、y方向的位移分量；N_i为单元内第i个节点对应的形函数。

结合边界条件，本文推导得到控制方程的弱形式表示为

$$\begin{cases}\int_\Omega \delta h\dfrac{\partial h}{\partial t}\mathrm{d}\Omega+\int_{\partial\Omega_q}\delta h\left[q^*+\beta(h-h_\mathrm{a})\right]\mathrm{d}\partial\Omega_q=\\ \qquad\int_\Omega \delta h f_1(h)f_2(s)D_{\mathrm{sat}}\Delta h\,\mathrm{d}\Omega\\ \int_\Omega \delta\boldsymbol{\varepsilon}:\boldsymbol{\sigma}\mathrm{d}\Omega=\int_\Omega\delta\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{b}\mathrm{d}\Omega+\int_{\partial\Omega_t}\delta\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t}\mathrm{d}\partial\Omega_t\\ \int_\Theta\dfrac{2G_\mathrm{f}l_0}{c_0}\delta s\Delta s\mathrm{d}\Theta=\int_\Theta\delta s\left(\omega'(s)H+\dfrac{G_\mathrm{f}\alpha'(s)}{c_0l_0}\right)\mathrm{d}\Theta\end{cases}\tag{41}$$

式中：δ为变分算子；δh、δs分别为湿度场、相场的权函数；$\delta\boldsymbol{u}$为虚位移矢量；$\delta\boldsymbol{\varepsilon}$为虚应变张量。

本文将权函数设置为与形函数同阶，并将各场量的插值表达式代入弱形式，可得到如下离散后的控制方程：

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}_h=\int_\Omega\boldsymbol{N}_h^\mathrm{T}\dfrac{h_t-h_{t-\Delta t}}{\Delta t}\mathrm{d}\Omega+\int_\Omega\boldsymbol{B}_h^\mathrm{T}D\nabla h\mathrm{d}\Omega+\\ \qquad\int_{\partial\Omega_q}\boldsymbol{N}_h^\mathrm{T}\left[q^*+\beta(h-h_\mathrm{a}))\mathrm{d}\partial\Omega_q\right]=0\\ \boldsymbol{r}_u=\int_\Omega\boldsymbol{B}_u^\mathrm{T}\boldsymbol{\sigma}\mathrm{d}\Omega-\int_\Omega\boldsymbol{N}_u^\mathrm{T}\boldsymbol{b}\mathrm{d}\Omega-\\ \qquad\int_{\partial\Omega_t}\boldsymbol{N}_u^\mathrm{T}\boldsymbol{t}\mathrm{d}\partial\Omega_t=0\\ \boldsymbol{r}_s=\int_\Theta\boldsymbol{B}_s^\mathrm{T}\dfrac{2G_\mathrm{f}l_0}{c_0}\nabla s\mathrm{d}\Theta+\\ \qquad\int_\Theta\boldsymbol{N}_s^\mathrm{T}\left(\omega'(s)H+\dfrac{G_\mathrm{f}\alpha'(s)}{c_0l_0}\right)\mathrm{d}\Theta=0\end{cases}\tag{42}$$

式中：$\boldsymbol{r}_h$、$\boldsymbol{r}_u$、$\boldsymbol{r}_s$分别为当前时刻湿度场、位移场、相场的单元残差向量；h_t、$h_{t-\Delta t}$分别为单元节点在t、$t-\Delta t$时刻的相对湿度；Δt为时间步长。

通过求解整体组装后的离散方程组，即可得到不同时刻下湿度场、位移场、相场的分布。

3　数值算例

本文建立了骨料面积占比为25%、骨料粒径为5～20 mm的细观混凝土模型，并研究了不同h_a、β、χ对干缩开裂的影响。计算模型为150 mm×150 mm的正方形，计算中骨料被设定为不透水的线弹性材料，模型左下角节点约束x、y方向位移，右下角节点约束y方向位移。取h_a=0.4、β=3.5×10^{-7} m/s[15]，砂浆和ITZ的D_{sat}取为5×10^{-10} m^2/s[15]。本文采用自由三角形网格对模型进行网格划分，网格尺寸为1 mm，l_0为2 mm，模拟时间为28 d。本文分别选取距模型左侧表面5、10、15 mm处的3个参考点（分别记为点A、B、C）展示h的演化过程。模型尺寸和边界条件如图2所示，细观混凝土的力学参数[16]如表1所示。

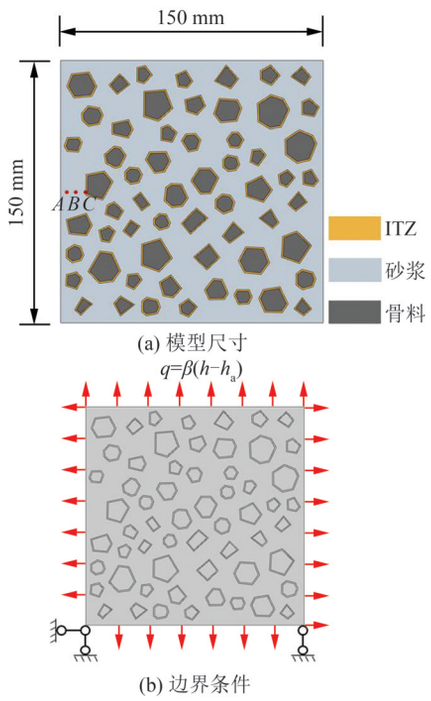


图2　模型尺寸和边界条件

Fig.2　Model dimensions and boundary conditions

表1　细观混凝土各相力学参数

Table 1　Mechanical parameters of each phase in mesoscopic concrete

材料相	E/GPa	ν	f_t/MPa	G_f/(N•m^{-1})
骨料	50	0.16	—	—
砂浆	25	0.22	2.5	60
ITZ	15	0.19	1.5	40

不同时刻的h分布和裂纹分布分别如图3、4所示。可以看出，水分由混凝土内部向表面扩散，h由表及里逐渐降低，模型外侧的h最先降至h_a。骨料的不透水性改变了水分传输路径，使得模型内部h呈非均匀分布：模拟初始7 d内，模型内部h始终维持在1.00；随着水分扩散不断进行，第14天模型内部的h下降至0.96，第28天下降至0.80。由于模型外侧的h变化最为显著，收缩变形受约束产生的拉应力最大，模拟至第3天，模型的四周出现大量表面裂纹。随着h梯度不断向内部发展，表面裂纹沿着ITZ不断向内扩展；至第28天时，模型内部的h明显降低，从而导致模型内部出现大量微裂纹，但尚未形成主裂纹。

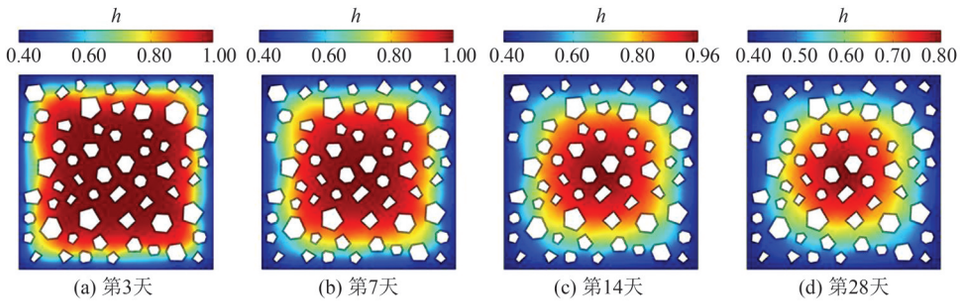


图 3　不同时刻的 h 分布

Fig.3　Distribution of h at different times

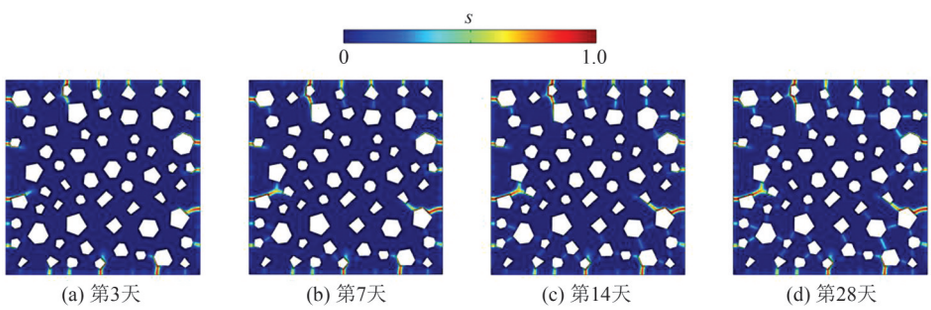


图 4　不同时刻的裂纹分布

Fig.4　Distribution of cracks at different times

3.1　环境相对湿度的影响

由文献[17]可知,我国西部干旱地区最低 h_a 可达 0.3。为定量分析不同 h_a 对裂纹扩展的影响,本文将 h_a 分别设置为 0.3、0.4、0.5、0.6,其余参数保持不变,开展对比模拟。不同 h_a 下模型最终的裂纹分布如图 5 所示。砂浆与 ITZ 单元中 $s>0.1$ 的面积占比(损伤率)、整体损伤率及平均 h 演化曲线分别如图 6(a)~(c)所示,各参考点的 h 演化曲线如图 7 所示。可以看出,更低的 h_a 会使混凝土内部 h 下降更快,相同时刻模型整体的平均 h 更低,从而在混凝土表面产生更大的收缩应力,进而使得砂浆与 ITZ 的损伤率更高。当 h_a 分别为 0.3、0.4、0.5、0.6 时,第 28 天模型整体平均 h 分别为 0.49、0.56、0.64、0.71,ITZ 损伤率分别为 0.38、0.30、0.23、0.15,砂浆损伤率分别为 0.11、0.09、0.06、0.04,整体损伤率分别为 0.14、0.11、0.08、0.05。可以看出,当 h_a 由 0.6 降至 0.3 时,第 28 天 ITZ 损伤率增加了 153.3%,砂浆损伤率增加了 175.0%。

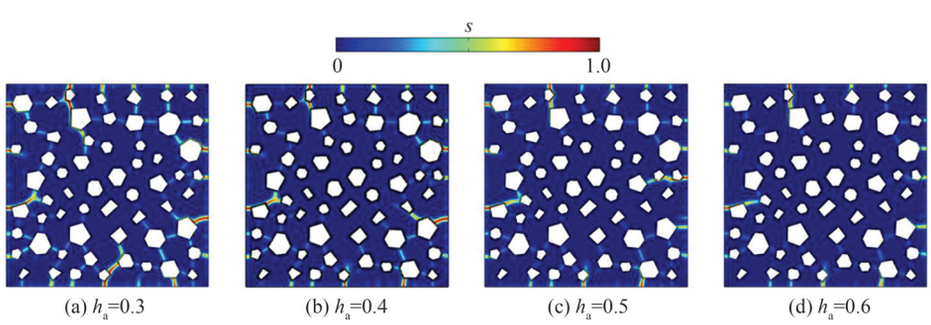


图 5　不同 h_a 下最终裂纹分布

Fig.5　Distribution of final cracks under different h_a conditions

3.2　湿度交换系数的影响

β 是决定混凝土与环境间水分交换速率的重要参数,其取值范围为 1.73×10^{-8}~1.5×10^{-6} m/s[18-19]。为此,本文将 β 分别设置为 1.75×10^{-7}、3.50×10^{-7}、7.00×10^{-7}、1.05×10^{-6} m/s,其余参数保持不变,开展对比模拟。不同 β 下模型最终裂纹分布如图 8 所示,砂浆与 ITZ 的损伤率、整体损伤率及平均 h 演化曲线分别如图 9(a)~(c)所示,各参考点的 h 演化曲线如图 10 所示。可以看出,β 越大,混凝土表层 h 下降越快,湿度梯度向内部发展越迅速,导致混凝土

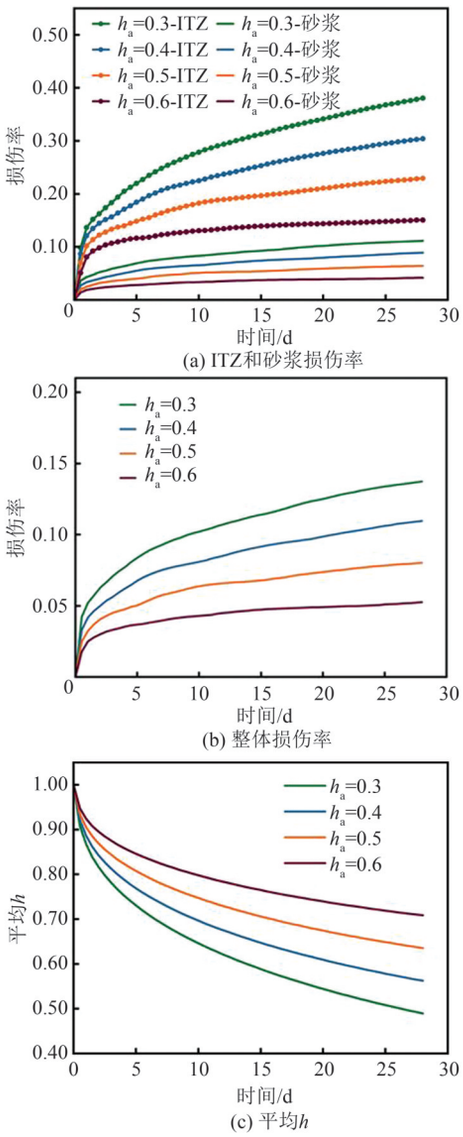


图 6　不同 h_a 下 ITZ 和砂浆的损伤率、整体损伤率和平均 h 演化曲线

Fig.6　Evolution curves of ITZ and mortar damage rates, overall damage rate and average h under different h_a conditions

内部 h 下降越快，砂浆与 ITZ 的损伤率更高。当 β 分别为 1.75×10^{-7}、3.50×10^{-7}、7.00×10^{-7}、1.05×10^{-6} m/s 时，模型整体平均 h 分别为 0.57、0.56、0.56、0.56，ITZ 损伤率分别为 0.29、0.30、0.31、0.32，砂浆损伤率分别为 0.08、0.09、0.10、0.10，整体损伤率分别为 0.10、0.11、0.12、0.12。在所设置的 4 组湿度交换系数工况下，模型的损伤率与平均 h 差异均不显著，但仍可反映相应变化规律。

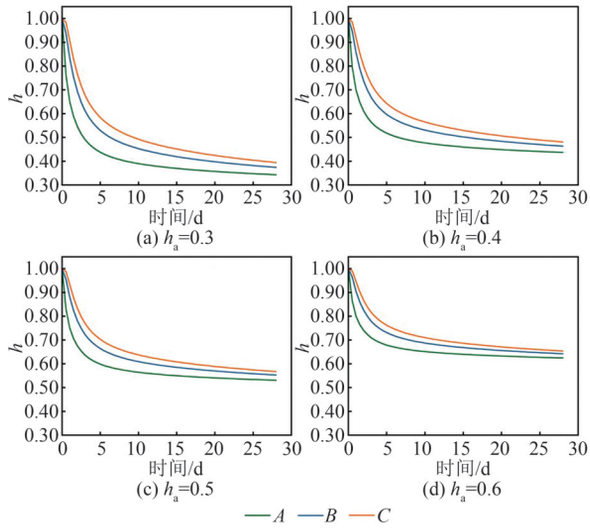


图 7　不同 h_a 下参考点的 h 演化曲线

Fig.7　Evolution curves of h at reference points under different h_a conditions

3.3　湿度收缩系数的影响

干缩应变是混凝土表面裂纹产生的主要诱因，而 χ 直接决定了干缩应变的幅值。普通混凝土的 χ 为 2.0×10^{-4}～1.0×10^{-3}[20]，部分高性能混凝土的 χ 可达 1.5×10^{-3}～2.0×10^{-3}[21-22]。本文将 χ 分别设置为 5.0×10^{-4}、1.0×10^{-3}、1.5×10^{-3}、2.0×10^{-3}，其余参数保持不变，开展对比模拟。不同 χ 下模型最终裂纹分布如图 11 所示，砂浆与 ITZ 的损伤率及整体损伤率分别如图 12(a)、(b)所示。可以看出，当 χ 为 5.0×10^{-4} 时，模型仅在混凝土表层出现微裂纹；而当 χ 增大至 2.0×10^{-3} 时，模型中不仅形成多条主裂纹，混凝土内部也出现了大量微裂纹。当 χ 分别为

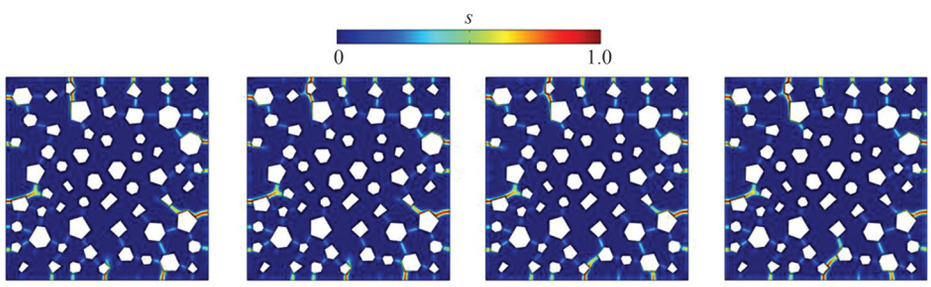


图 8　不同 β 下的最终裂纹分布

Fig.8　Distribution of final cracks under different β

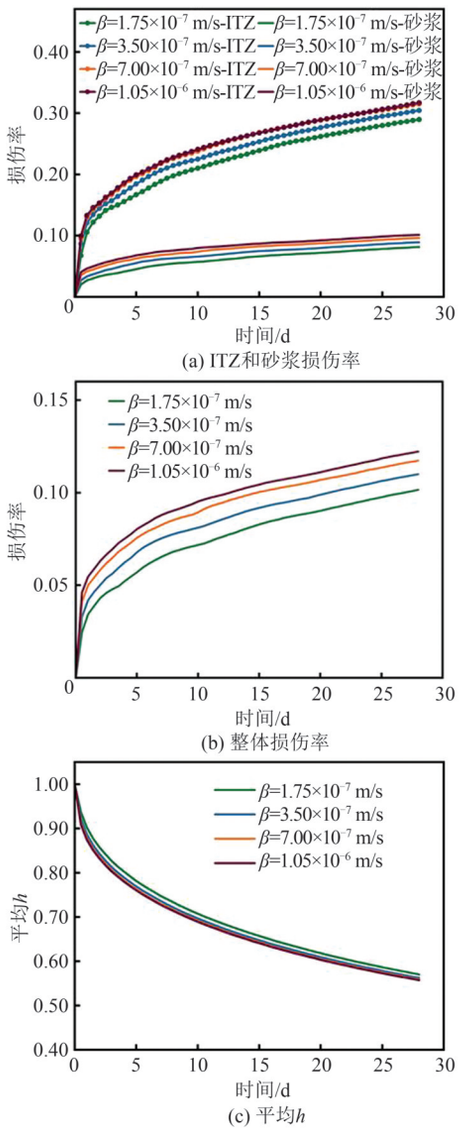


图 9　不同β下 ITZ 和砂浆的损伤率、整体损伤率和平均 h 演化曲线

Fig.9　Evolution curves of ITZ and mortar damage rates, overall damage rate and average h under different β

5.0×10^{-4}、1.0×10^{-3}、1.5×10^{-3}、2.0×10^{-3}时，第 28 天 ITZ 损伤率分别为 0.03、0.15、0.30、0.44，砂浆损伤率分别为 0.01、0.04、0.08、0.13，整体损伤率分别为 0.01、0.05、0.11、0.16。当χ由5.0×10^{-4}增大至2.0×10^{-3}时，第 28 天 ITZ 损伤率增加了 1 366.7%，砂浆损伤率增加了 1 200.0%。

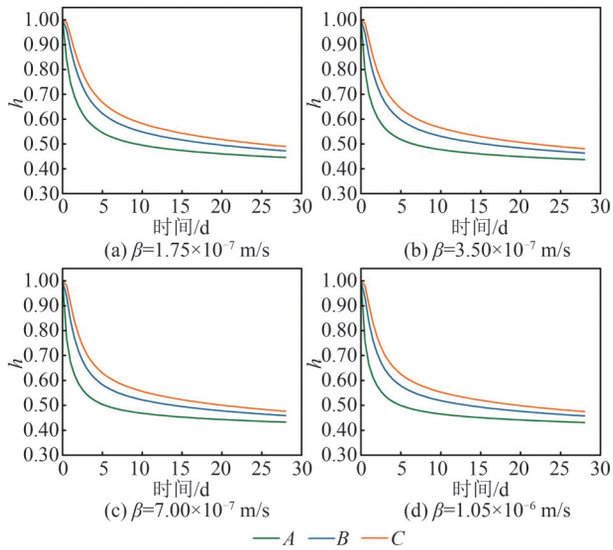


图 10　不同β下参考点的 h 演化曲线

Fig.10　Evolution curves of h at reference points under different β

4　结论

本文基于随机骨料模型和相场模型，建立了适用于混凝土细观干缩开裂模拟的湿-力-相场耦合模型，并定量分析了h_a、β、χ对混凝土细观干缩开裂的影响。研究结果表明，更低的h_a、更大的β与χ均会加剧混凝土细观干缩开裂，其中χ的影响最为显著。当h_a由 0.6 降至 0.3 时，第 28 天 ITZ 损伤率增加了 153.3%，砂浆损伤率增加了 175.0%；当χ由5.0×10^{-4}增大至2.0×10^{-3}时，第 28 天 ITZ 损伤率增加了 1 366.7%，砂浆损伤率增加了 1 200.0%。分析表明，通过减小χ并采取保湿措施，可有效抑制干缩裂纹的产生。上述结论可为南水北调工程围堰等水工混凝土结构在干燥环境下的裂纹控制与耐久性设计提供参考依据。

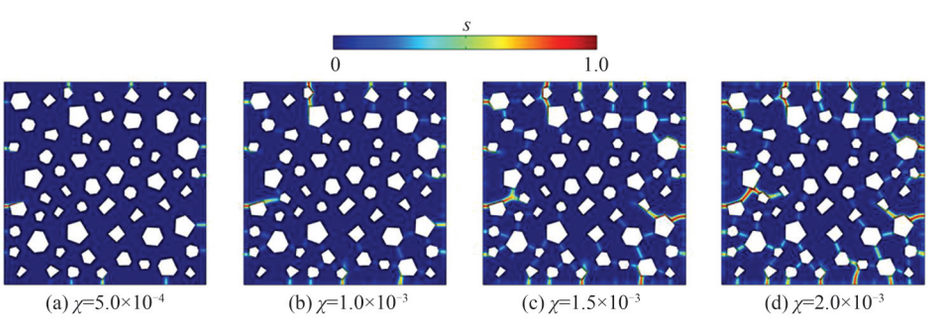


图 11　不同χ下的最终裂纹分布

Fig.11　Distribution of final cracks under different χ

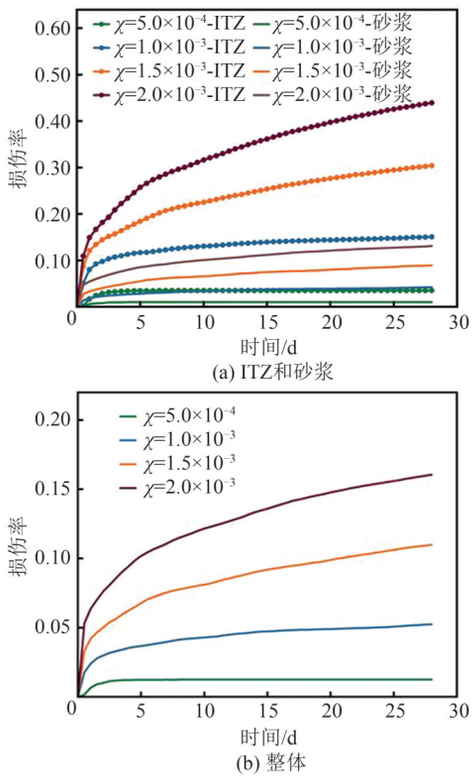


图 12　不同 χ 下 ITZ 和砂浆的损伤率、整体损伤率演化曲线

Fig.12　Evolution curves of ITZ and mortar damage rates and overall damage rates under different χ

参考文献：

[1] ZHANG K, LEI J S, ZUO S H, et al. Early-age thermo-hydro-mechanical properties of reinforced concrete bridge piers on the plateau[J]. Engineering Structures, 2024, 310: 118142.

[2] 张开来，李曙光，李文伟，等. 不同自生体积变形大坝全级配混凝土细观开裂风险分析[J]. 长江科学院院报，2026，43(3)：209-217.
ZHANG Kailai, LI Shuguang, LI Wenwei, et al. Meso-scale cracking risk analysis of full-graded dam concrete with different autogenous volume deformations [J]. Journal of Changjiang River Scientific Research Institute, 2026, 43(3): 209-217.

[3] 张佳铭，楚锡华，余敏. 近场动力学水-热-力耦合模型与混凝土冻结破坏模拟[J]. 工程力学，2026，43(6)：233-241.
ZHANG Jiaming, CHU Xihua, YU Min. Coupled hydro-thermo-mechanical peridynamic model for concrete freezing failure[J]. Engineering Mechanics, 2026, 43(6): 233-241.

[4] LUO J, WANG Q, ZHOU W, et al. A coupled phase-field model for sulfate-induced concrete cracking[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 283: 109694.

[5] 杨威，许文彬，陈胜方，等. 钢筋混凝土锈胀开裂的数值模拟与影响因素分析——以韶山灌区渡槽为例[J]. 中国农村水利水电，2025(12)：136-141.
YANG Wei, XU Wenbin, CHEN Shengfang, et al. Numerical simulation corrosion induced cracking in reinforced concrete and analysis of factors influencing—a case study of the Shaoshan Irrigation District aqueduct [J]. China Rural Water and Hydropower, 2025(12): 136-141.

[6] 闵红光，张伟平，顾祥林. 水泥基材料热湿耦合传输性能[J]. 同济大学学报(自然科学版)，2024，52(4)：574-581.
MIN Hongguang, ZHANG Weiping, GU Xianglin. Transport performances for coupled heat and moisture in cement-based materials[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2024, 52(4): 574-581.

[7] 朱岳明，刘有志，曹为民，等. 混凝土湿度和干缩变形及应力特性的细观模型分析[J]. 水利学报，2006，37(10)：1163-1168.
ZHU Yueming, LIU Youzhi, CAO Weimin, et al. Analysis of concrete moisture dry shrinkage and stress based on mesoscopical model[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(10): 1163-1168.

[8] 李曙光，李庆斌. 混凝土二维干缩开裂分析的改进弥散裂纹模型[J]. 工程力学，2011，28(12)：65-71.
LI Shuguang, LI Qingbin. Two dimensional analysis of drying shrinkage micro-cracking in concrete with modified smeared cracking model[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(12): 65-71.

[9] 王彦鹏，王子健，郭飞，等. 基于二维随机骨料模型的再生混凝土力学性能分析[J]. 混凝土，2023(1)：87-91.
WANG Yanpeng, WANG Zijian, GUO Fei, et al. Analysis of mechanical properties of recycled concrete based on two-dimensional random aggregate model[J]. Concrete, 2023(1): 87-91.

[10] 杨灯，杨永清，谢明志. 基于热-湿传输机理的PC箱梁多场耦合三维模型[J]. 铁道科学与工程学报，2026，23(4)：1835-1845.
YANG Deng, YANG Yongqing, XIE Mingzhi. 3D multi-field coupling model for PC box girders based on heat-moisture transfer mechanisms[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2026, 23(4): 1835-1845.

[11] 余思臻，漆天奇，王桥，等. 混凝土热-水-化-干湿应变多场耦合模型[J]. 浙江大学学报(工学版)，2023，57(8)：1585-1596.
YU Sizhen, QI Tianqi, WANG Qiao, et al. Thermo-hygro-chemical-dry-wet strain multi-field coupled model of concrete[J]. Journal of Zhejiang University

(Engineering Science), 2023, 57(8): 1585-1596.

[12] FRANCFORT G A, MARIGO J J. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(8): 1319-1342.

[13] WU J Y. A unified phase-field theory for the mechanics of damage and quasi-brittle failure[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2017, 103: 72-99.

[14] PENG Z Z, WANG Q, ZHOU W, et al. Phase-field model coupled with an improved hydration-thermal-mechanical model for fracture problem of early-age concrete[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2025, 323: 111223.

[15] TANG S B, YU Q L, LI H, et al. Mesomechanical model of moisture diffusion and shrinkage cracking in building material—Model development[J]. Construction and Building Materials, 2013, 47: 511-529.

[16] PENG Z Z, WANG Q, ZHOU W, et al. Meso-scale simulation of thermal fracture in concrete based on the coupled thermal - mechanical phase-field model[J]. Construction and Building Materials, 2023, 403: 133095.

[17] WANG H X, LONG G C, TANG Z, et al. The volume stability of cement-based materials under different extreme environments in the plateau: Experimental evolution[J]. Journal of Building Engineering, 2022, 62: 105370.

[18] MIAO Y C, LU Z Y, WANG F J, et al. Shrinkage cracking evolvement in concrete cured under low relative humidity and its relationship with mechanical development[J]. Journal of Building Engineering, 2023, 72: 106670.

[19] 王永宝, 贾毅, 赵人达. 基于ANSYS的混凝土内湿度场计算方法[J]. 西南交通大学学报, 2017, 52(1): 54-60.
WANG Yongbao, JIA Yi, ZHAO Renda. Calculation of internal humidity field of concrete based on ANSYS [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2017, 52 (1): 54-60.

[20] 王嘉欣. 基于热-化-湿-力多场耦合的早龄期混凝土性能研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2024.
WANG Jiaxin. Properties of early-age concrete based on thermal-hydration-moisture-force multi-field coupling[D]. Xi′an: Xi′an University of Technology, 2024.

[21] MIAO Y C, WANG H, ZHANG Y J, et al. A numerical model for predicting the drying shrinkage behavior of concrete under ultra-low relative humidity [J]. Construction and Building Materials, 2024, 411: 134459.

[22] JIANG Z W, SUN Z P, WANG P M. Autogenous relative humidity change and autogenous shrinkage of high-performance cement pastes[J]. Cement and Concrete Research, 2005, 35(8): 1539-1545.

(编辑:陶佳音)